Esami di ammissione alle scuole medie superiori 22 agosto 2005

Matematica – classe terza (corso normale)

Sussidi ammessi:

- calcolatrice tascabile non programmabile
- formulario di matematica

1. a) Risolvi la seguente equazione trigonometrica, indicando tutte le sue soluzioni e rappresentando quelle comprese tra 0° e 360° sulla circonferenza trigonometrica

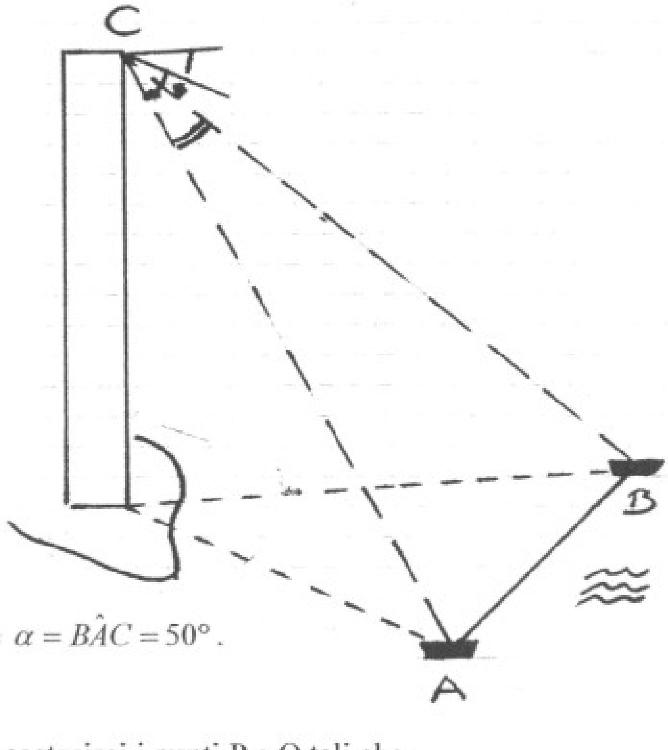
$$\sin\left(2x+45°\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

   b) Verifica la seguente identità trigonometrica e indica per quali valori di α essa è definita

$$\frac{\sin(\alpha).\cos(\alpha)}{1-2\sin^2(\alpha)}=\frac{\tan(\alpha)}{1-\tan^2(\alpha)}$$

2. Dalla cima C di un faro alto 60 m il guardiano osserva due imbarcazioni A e B al largo. Il guardiano misura per l'imbarcazione A un angolo di depressione di 15° 40' e per l'imbarcazione B di 12° 10', mentre l'angolo tra i raggi visivi CA e CB misura 63° 20'.

   Quanto distano le imbarcazioni A e B tra loro?



3. È dato il triangolo ABC con $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$ e $\alpha=B\hat{A}C=50°$. Siano $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ e $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$.

   a) Rappresenta la situazione (unità: 1 cm) e costruisci i punti P e Q tali che

$$\overrightarrow{AP}=\vec{u}+\vec{v}$$
$$\overrightarrow{AQ}=3\vec{u}-2\vec{v}$$

   b) Calcola il modulo del vettore $\overrightarrow{AQ}$ e l'ampiezza dell'angolo ω tra i vettori $\overrightarrow{AP}$ e $\overrightarrow{AQ}$

4. In $\boldsymbol{R}^3$ sono dati i tre vettori $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\5\\-1\end{pmatrix}, \vec{b}=\begin{pmatrix}2\\6\\1\end{pmatrix}$ e $\vec{c}=\begin{pmatrix}-1\\y\\z\end{pmatrix}$.

a) Determina per quali valori di y e z il vettore $\vec{c}$ è contemporaneamente perpendicolare ai vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$

b) Poni $y=3$ e determina per quale valore di z i tre vettori sono complanari (linearmente dipendenti)

5. Nel piano cartesiano sono dati i punti $A=(-2\,;7)$, $B=(5\,;3)$ e la retta $r:\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}+\lambda.\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$.

a) Trova le coordinate dei punti di intersezione della retta r con gli assi cartesiani e la distanza tra r e l'origine degli assi cartesiani

b) Determina l'equazione della circonferenza avente per diametro il segmento AB

c) Determina le coordinate dei punti P (due possibilità) sulla r tali che $PA \perp PB$