

Esame di ammissione alle scuole medie superiori

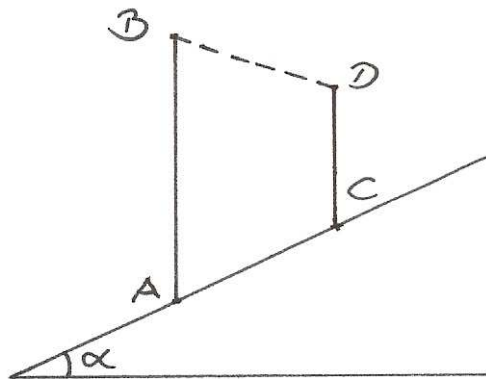
Matematica - classe terza (livello base)

pagina 1

Sussidi ammessi:

- Calcolatrice tascabile non programmabile
- Materiale per scrivere e disegnare
- Formulario di matematica

1. Lungo un pendio di inclinazione $\alpha = 25^\circ$ sono piantate due aste verticali AB e CD . Sapendo che $\overline{AC} = 23m$ e che le aste sono alte rispettivamente $\overline{AB} = 35m$ e $\overline{CD} = 18m$, calcola la distanza \overline{BD} tra le loro cime.



2. Risolvi le seguenti equazioni

i. $2 \cdot \cos(3x + 60^\circ) = \sqrt{3}$

ii. $1 + \tan(x) = \frac{2}{\tan(x)}$

3. $ABCDV$ è una piramide con base rettangolare $ABCD$ e vertice V . Siano P e Q i punti medi degli spigoli BV e DV .

- i. Esprimi i vettori

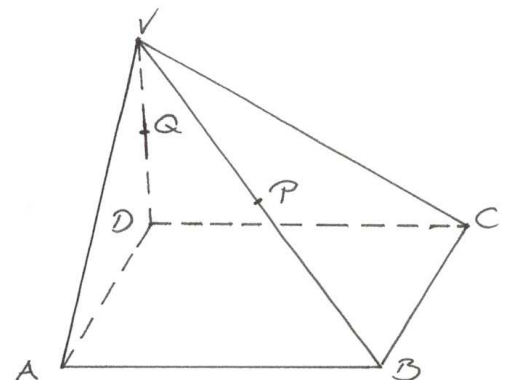
$$\overline{CA} \quad \overline{DB} \quad \overline{PV} \quad \overline{QA} \quad \overline{PQ} \quad \overline{AP}$$

come combinazioni lineari dei vettori

$$\vec{a} = \overline{AB} \quad \vec{b} = \overline{BC} \quad \vec{c} = \overline{CV}$$

- ii. Confronta tra loro i vettori \overline{DB} e \overline{PQ} .

Cosa puoi dire del quadrilatero $DBPQ$?



Esame di ammissione alle scuole medie superiori

Matematica - classe terza (livello base)

pagina 2

4. Questo esercizio è formato da due parti indipendenti

a. Considera due vettori \vec{a} e \vec{b} con $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=7$ e $\angle(\vec{a},\vec{b})=53^\circ$.

Sia $\vec{x}=3\vec{a}-5\vec{b}$.

Calcola $|\vec{x}|$ e $\angle(\vec{a},\vec{x})$.

b. Rispetto ad una base ortonormata di \mathbb{R}^3 sono dati i vettori $\vec{u}=\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{v}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{w}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

i. Calcola $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$, $\vec{u}\cdot\vec{v}$ e $\angle(\vec{u},\vec{v})$.

ii. Verifica che \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} formano una base di \mathbb{R}^3 .

iii. Esprimi il vettore $\vec{p}=\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ come combinazione lineare di \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} .

iv. Verifica che i vettori \vec{p} e \vec{w} sono perpendicolari.

5. Nel piano cartesiano sono date

la circonferenza C di equazione $x^2+y^2-10x+8y+16=0$

e la retta r di equazione $y=\frac{4}{3}x-20$

a. Determina le coordinate del centro M e la misura del raggio r della circonferenza C .

b. Determina le coordinate degli eventuali punti di intersezione della circonferenza C con gli assi cartesiani.

c. Verifica con il calcolo che la retta r non interseca la circonferenza C .

d. Determina le coordinate del punto della circonferenza C più vicino alla retta r .

e. Determina l'equazione della retta t tangente alla circonferenza C nel punto $T(9,-7)\in C$.